受験番号	

平成31年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち１）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

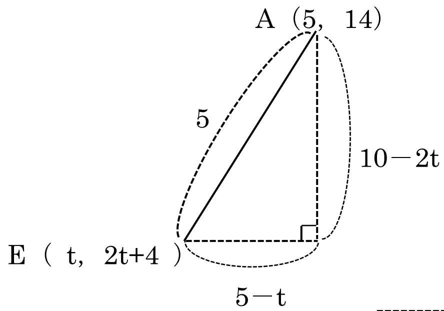
4

得点	

（１）

直線lが２点Ａ（５，14）とＢ（0，４）を通ることより，直線lの式は，$y=2x+4$である。点Ｅのx座標をtとおくと，点Ｅは直線l上にあることから，点Ｅのy座標は$2t+4$と表される。

また，円Ａの中心の座標がＡ（５，14）であることから，円Ａの半径は５であることがわかり，



$(5-t)^2+\{14-(2t+4)\}^2=5^2$

すなわち，$(5-t)^2+(10-2t)^2=5^2$

また，点Ｅは，円Ａと直線lとの交点のうち，

x座標の小さい方より，$t=5-\sqrt{5}$

よって点Ｅのy座標は $2t+4=14-2\sqrt{5}$

よって点Ｅの座標は　$(5-\sqrt{5},14-2\sqrt{5})$

（２）

直線lと直線mが垂直に交わり，直線lの傾きが２であることから

直線mの傾きは，$-\dfrac{1}{2}$ である。

また，直線mは点Ａ（５，14）を通ることより，直線mの式は$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{33}{2}$

これより，点Ｆのy座標は $\dfrac{33}{2}$

よって，△FDAにおいて三平方の定理を用いると，

$AF^2=5^2+(\dfrac{33}{2}-14)^2$

$AF=\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$（∵ $AF>0$）

受験番号	

平成３１年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち２）

（解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること）

4　（続き）

（３）

$\triangle$COB, $\triangle$ADB, $\triangle$FAB は直角三角形より，

$\triangle COB : \triangle ADB : \triangle FAB = \frac{1}{2} \cdot OC \cdot OB : \frac{1}{2} \cdot DA \cdot DB : \frac{1}{2} \cdot AF \cdot AB$

ここで，　A(5, 14), B(0,4) より $AB = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}$

また直線 l の式は，　$y = 2x + 4$　であり $y = 0$　のとき $x = -2$　よって CO = 2

よって

$\triangle COB : \triangle ADB : \triangle FAB$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 : \frac{1}{2} \times 5 \times 10 : \frac{1}{2} \times \frac{5\sqrt{5}}{2} \times 5\sqrt{5} = 16 : 100 : 125$

（４）

直角三角形 OBC が円 G に内接するので，円 G の半径は $\frac{BC}{2}$ である。ここで

OC＝2，OB＝4　より，　$BC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$

よって，円 G の半径は $\sqrt{5}$ である。

これより，$GQ = \sqrt{5}$　・・・・・・・・（Ⅰ）

また，円 A の半径は 5 であることより，　AP＝5・・・・・・・・（Ⅱ）

ここで，　$\triangle$IGQ と $\triangle$IAP において

2 点 Q，P は円 G，A の接点であり，円の接線は半径と垂直であるので，

$\angle IQG = \angle IPA = 90^\circ$　・・・・・（Ⅲ）

また，　$\angle GIQ = \angle AIP$　（共通）　・・・・・（Ⅳ）

（Ⅲ），（Ⅳ）より 2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle IGQ \backsim \triangle IAP$

よって，相似な図形の対応する辺の比は等しいことと（Ⅰ），（Ⅱ）より

$IG : IA = GQ : AP = \sqrt{5} : 5$　が示された。