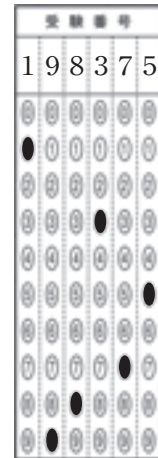


高等学校 数学

解答についての注意点

- 1 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類があります。
- 2 大問①～大問③については、マーク式解答用紙に、
大問④については、記述式解答用紙に記入してください。
- 3 解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2
- 4 大問①～大問③については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1



記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

受験番号	1 9 8 3 7 5
------	-------------

マーク式解答用紙への解答上の注意

- (1) 解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違えてマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。
- (2) 問題の文中の **ア**, **イウ** などには、特に指示のないかぎり、符号 (－, ±), 数字 (0～9), 又は文字 (a～e) が入ります。**ア**, **イ**, **ウ**, …のの一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された解答欄にマークしてください。

例 **アイウ** に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に **ア**, **イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**, **イウ** のように細字で表記します。

- (3) 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。
例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えてください。
また、それ以上約分できない形で答えてください。
例えば、 $\frac{3}{4}$, $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$, $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。
 - (4) 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで **0** にマークをしてください。
例えば、**キ**. **クケ** に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。
 - (5) 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。
例えば、 $4\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{13}}{2}$, $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$, $\frac{\sqrt{52}}{4}$, $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。
 - (6) 比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。
例えば、1:3 と答えるところを、2:6 のように答えてはいけません。
- 5 その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

1

x についての3次関数 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 2$ について考える。

(1) 関数 $f(x)$ は $x = \boxed{\text{アイ}}$ のとき、極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとり、 $x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のとき、

極小値 $\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ をとる。また、関数 $f(x)$ の変曲点の x 座標は $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(2) $y = f(x)$ の $x = 1$ における接線 l の方程式は $y = \boxed{\text{ス}}x - \boxed{\text{セ}}$

であり、 $y = f(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ において、接線 l と平行なもう一つの接線 m をもつ。

また、接線 l と $y = f(x)$ の共有点の x 座標は $\boxed{\text{ツテ}}$ と $\boxed{\text{ト}}$ であり、($\boxed{\text{ツテ}} < \boxed{\text{ト}}$ とする。)

接線 l と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積 S_1 は $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

さらに、 $y = 3$ と $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を S_2 とおくと

$S_1 : S_2 = \boxed{\text{ネノ}} : \boxed{\text{ハ}}$ である。

2

(1) x についての整式 $x^2 - 12x - 864$ を因数分解すると、 $(x + \text{アイ})(x - \text{ウエ})$ である。

(2) $\tan \theta = 2$ のとき、 $\left(\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = \text{オカ}$ である。

(3) 1 から 100 までの 100 個の整数の中から相異なる 3 個の整数 a, b, c を選ぶとき、 $a + 2b + c$ が偶数となる確率は $\frac{\text{キク}}{\text{ケコ}}$ である。ただし、どの整数を選ぶことも同様に確からしいものとする。

(4) 二進法で表すと 5 桁になり、五進法で表すと 2 桁になる自然数は全部で サ 個ある。

また、それらの自然数を十進法で表したとき、それらの総和は シスセ となる。

(5) 整式 $P(x)$ を $x-3$ で割ると余りが -100 , $x+5$ で割ると余りが 36 である。このとき, 整式 $P(x)$ を $x^2 + 2x - 15$ で割った余りは $\boxed{\text{ソタチ}}x - \boxed{\text{ツテ}}$ である。

(6) 2つの直線 $y = 3x + 1$ と $y = -\frac{1}{3}x + 2$ のなす角の二等分線のうち, 傾きが正である直線の方程式は $y = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}x + \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(7) $b > 0$ かつ $a < b < c$ を満たす3つの実数 a, b, c に対して, 数列 a, b, c がこの順で等差数列をなし, 数列 a^2, b^2, c^2 がこの順で等比数列をなすとき, 等比数列 a^2, b^2, c^2 の公比は $\boxed{\text{ネ}} + \boxed{\text{ノ}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(8) 平面図形に関する下の3つの文章について, 次の $\boxed{\text{ヒ}}$, $\boxed{\text{フ}}$, $\boxed{\text{ヘ}}$ にあてはまるものを下の1~4のうちから一つずつ選べ。

ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

- ・ $\triangle ABC$ が正三角形であることは $\triangle ABC$ の内心と重心が一致するための $\boxed{\text{ヒ}}$ 。
- ・ 四角形 $ABCD$ について, 四角形 $ABCD$ が正方形であることは $AB = BC = CD = DA$ であるための $\boxed{\text{フ}}$ 。
- ・ n 角形 P について, P のすべての内角それぞれが 180° 未満であることは $n = 4$ であるための $\boxed{\text{ヘ}}$ 。

- 1 必要条件であるが十分条件ではない
- 2 十分条件であるが必要条件ではない
- 3 必要十分条件である
- 4 必要条件でも十分条件でもない

3

(1) $\sin 18^\circ$ の値を求めよ。

$\theta = 18^\circ$ とおくと, $\boxed{\text{ア}}\theta = 90^\circ$ となることから, $\sin 3\theta = \cos \boxed{\text{イ}}\theta$ となる。

ここで, $\sin 3\theta = \boxed{\text{ウエ}}\sin^3\theta + \boxed{\text{オ}}\sin\theta$, $\cos \boxed{\text{イ}}\theta = \boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}}\sin^2\theta$

であり, $\sin\theta = t$ とおくと, $\boxed{\text{ク}}t^3 - \boxed{\text{ケ}}t^2 - \boxed{\text{コ}}t + 1 = 0$

$\theta = 18^\circ$ から $0 < t < 1$ より, $\sin\theta = \frac{\boxed{\text{サシ}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ と求まる。

(2) i を虚数単位とする。

$$z = \cos \frac{2}{5} \pi + i \sin \frac{2}{5} \pi \text{ のとき,}$$

$z + z^2 + z^3 + z^4$ の値は であり,

$(2-z)(2-z^2)(2-z^3)(2-z^4)$ の値は であり,

$(z^4 + z^3 + z^2 - 1)(z^4 + z^3 + z - 1)(z^4 + z^2 + z - 1)(z^3 + z^2 + z - 1)$ の値は

である。

4

p を素数とし, 自然数 a は p と互いに素であるとき, 次の問いに答えよ。

(1) $a, 2a, 3a, \dots, (p-1)a$ を p で割ったときの余りはそれぞれ異なることを示せ。

(2) $a^{p-1}-1$ は p の倍数であることを証明せよ。

(3) 2018^{1800} を 181 で割ったときの余りを求めよ。

