

受験番号	
------	--

平成31年度大阪府・大阪市・堺市公立学校教員採用選考テスト

高等学校 数学 解答用紙 (2枚のうち1)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4

得点	
----	--

(1)

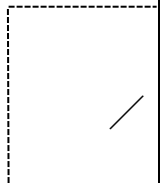
$1 \leq s \leq p-1$  かつ  $1 \leq t \leq p-1$  かつ  $s \neq t$  を満たす整数  $s, t$  が存在し、  
 $sa$  と  $ta$  をそれぞれ  $p$  で割った余りが等しいと仮定する。

このとき  $sa - ta$  は  $p$  で割り切れるので、ある整数  $u$  が存在し、  
 $sa - ta = pu$  すなわち  $(s - t)a = pu$  が成り立つ

ここで、 $a$  と  $p$  は互いに素より、 $s - t$  は  $p$  の倍数となる。  
また、 $1 \leq s \leq p-1$  かつ  $1 \leq t \leq p-1$  より  $-p < s - t < p$   
よって  $s - t = 0$ 、すなわち  $s = t$

これは  $s \neq t$  に矛盾する。

よって背理法により題意は示された。



高等学校 数学 解答用紙 (2枚のうち2)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4 (続き)

(2)

以下、 $p$  を法として合同式を考える。

$$1 \times a \equiv b_1, 2 \times a \equiv b_2, 3 \times a \equiv b_3, \dots, (p-1) \times a \equiv b_{p-1}$$

を満たす整数  $b_k$  ( $1 \leq k \leq p-1$ ) が存在し、 $a$  と  $p$  は互いに素より  $1 \leq b_k \leq p-1$

また (1) より  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{p-1}$  はそれぞれ異なる数である。……①

上の式を辺々掛け合わせて、

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (p-1) \times a^{p-1} \equiv b_1 \times b_2 \times b_3 \times \dots \times b_{p-1}$$

すなわち

$$(p-1)! a^{p-1} \equiv (p-1)! \quad (\text{①より})$$

また、 $p$  は素数より  $p$  と  $(p-1)!$  は互いに素

$$\text{よって、} a^{p-1} \equiv 1$$

すなわち  $a^{p-1} - 1$  は  $p$  で割り切れる。

(3)

181は素数である。

$2018 = 2 \times 1009$  より 2018 と 181 は互いに素である。

(2) より 181 を法として

$$2018^{181} \equiv 1 \quad \text{すなわち} \quad 2018^{180} \equiv 1$$

よって

$$2018^{810} \equiv 1$$

すなわち、 $2018^{1800}$  を 181 で割った余りは 1 である。