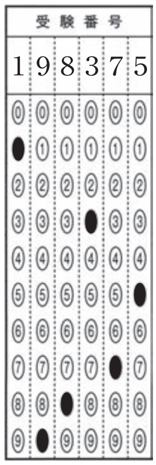
令和６年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1



解答についての注意点

1　解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については、マーク式解答用紙に、
　大問$\boxed{4}$については、記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
　記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

受験番号	１９８３７５

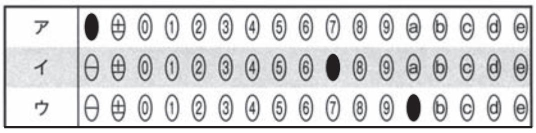
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ などには、特に指示のないかぎり、符号（－、±）、数字（0 ～ 9）、又は文字（a ～ e）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合、２度目以降は、$\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、$\dfrac{3}{4}$、$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$、$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。
また、必要に応じて、指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば、$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、$4\sqrt{2}$、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$、$6\sqrt{2a}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$、$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1：3 と答えるところを、2：6 のように答えてはいけません。

5　その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

(1) $AB=5$, $BC=6$, $\angle ABC=60^\circ$ の△ABC において，

辺 BC の 3 等分点を B に近い方から D，E とおく。

（ア）$AD=\sqrt{\boxed{アイ}}$ であり，△ABD の外接円の半径は，$\dfrac{\sqrt{\boxed{ウエ}}}{\boxed{オ}}$ である。

（イ）△ABC の辺 AC を 2：3 に内分する点を P とおき，線分 BP と線分 AD の交点を Q，

線分 BP と線分 AE の交点を R とおくと，$AR=\dfrac{\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$ であり，

BQ：QR：RP＝ $\boxed{ケコ}$ ： $\boxed{サ}$ ： $\boxed{シ}$ である。

(2) 3 点 A(1，1)，B(−3，−7)，C(5，−1)がある。

このとき，AB，BC の垂直二等分線の方程式は，

それぞれ $y=-\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}x-\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$ ，$y=-\dfrac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}x-\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}$ である。

よって，3 点 A，B，C を通る円 O の方程式は，

$(x-\boxed{ナ})^2+(y+\boxed{ニ})^2=\boxed{ヌネ}$ となる。

また，2 点 A，B における円 O の接線の交点を D とすると，

点 D の座標は（$\boxed{ノハ}$，$\boxed{ヒ}$）であり，△ABD の面積は $\boxed{フヘ}$ である。

2

(1) 1から10までの自然数が1つずつ書かれた10枚のカードがある。

2枚のカードを同時に取り出すとき，取り出した2枚のカードの自然数の和が5の倍数となる確率は，$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$である。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(2) aを定数とする。放物線 $y=-x^2+(a+2)x-a-4$ が x 軸と2点で交わり，

かつ直線 $y=x+5$ と共有点をもたないような整数 a は，$\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

(3) $x+y+z=8$ $(x \geqq 0, y \geqq 0, z \geqq 0)$ を満たす整数 x, y, z の組 (x, y, z) は，

全部で $\boxed{\text{エオ}}$ 組存在する。

(4) 自然数 n が n 回ずつ続く，次のような数列がある。

$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, \cdots$

自然数24が初めて現れるのは第 $\boxed{\text{カキク}}$ 項で，第2024項は自然数 $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

(5) aを定数とする。3次方程式 $x^3-(a+6)x^2+(16+6a)x-16a=0$ の1つの解が

$\sqrt{5}$ であるとき，a の値は $a=\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ であり，他の解は $x=\boxed{\text{シ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ス}}}\,i$ である。

(6) $x=4^{10}, y=9^3, z=5^2$ とするとき，xyz は $\boxed{\text{セソ}}$ 桁の整数である。

ただし，$\log_{10}2=0.3010, \log_{10}3=0.4771$ とする。

(7) 平面上に3点O，A，Bがあり，$\mathrm{OA}=7, \mathrm{OB}=8, \mathrm{AB}=9$ となっている。

正の実数 t に対して，動点Pを $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\dfrac{1}{t}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ となる点としたとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の

内積は $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\boxed{\text{タチ}}$ であり，線分OPの長さの最小値は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

(8) 2 つの放物線 C_1 : $y = -x^2$, C_2 : $y = x^2 - 2x + 13$ があある。

放物線 C_1 , C_2 の共通接線 ℓ , m の方程式は，

それぞれ $y = \boxed{\text{ト}}\,x + \boxed{\text{ナ}}$, $y = \boxed{\text{ニヌ}}\,x + \boxed{\text{ネ}}$ となる。

また， ℓ , m と C_1 で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

3

図１のように，２点Ａ，Ｂは関数 $y = ax^2$（a は定数）のグラフ上の点であり，点Ｃは直線 $y = 6$ と y 軸との交点である。点Ａの座標は（3，3）で，点Ｂを中心とする円は直線 $y = 6$ と y 軸に接し，点Ｂの x 座標は点Ａの x 座標よりも大きいものとする。

（1）a の値は，$a = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

（2）点Ｂの座標は，（$\boxed{ウ}$，$\boxed{エオ}$）である。

（3）直線 AB の式は，$y = \boxed{カ}\,x - \boxed{キ}$ である。

（4）直線 OB に平行で，点Ａを通る直線の式は，

$y = \boxed{ク}\,x - \boxed{ケ}$ である。

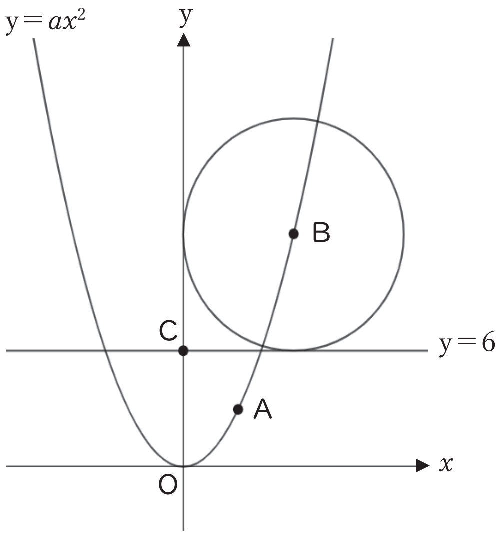


図１

（5）点Ｂを通り四角形 OABC の面積を２等分する直線の式は，$y = \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\,x + \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

図２のように，図１に加えて新たにＰ（p，0）をとる。ただし，$p < 0$ とする。

四角形 OABC を y 軸の周りに１回転させたときにできる立体を V_1，△OPC を y 軸の周りに１回転させたときにできる立体を V_2 とする。

（6）円周率を π とすると，

V_1 の体積は $\boxed{セソタ}\,\pi$ である。

（7）V_1 と V_2 の体積比が $1：2$ となるとき，

$p = \boxed{チツ}\sqrt{\boxed{テト}}$ である。

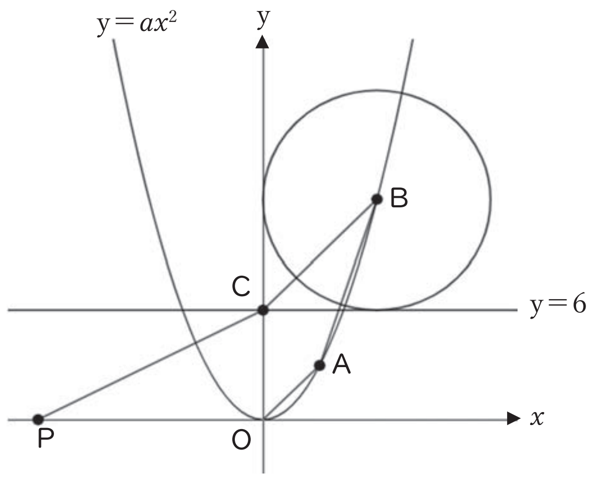


図２

4

図１のように，線分 AB を直径とした円 O がある。

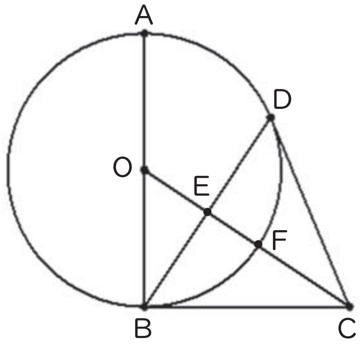


図１

点 B における円 O の接線上に点 B とは異なる点 C をとり，点 C から接線 BC と異なる接線をひき，円 O との接点を D とする。

また，線分 OC と線分 BD との交点を E，線分 OC と円 O との交点を F とする。

AB = $8\,\mathrm{cm}$ ，CD = $6\,\mathrm{cm}$ であるとき，次の問いに答えなさい。

（1）線分 OC の長さを求めなさい。

（2）線分 BD の長さを求めなさい。

（3）△EBO ∽ △ECD を示しなさい。

（4）線分 EF の長さを求めなさい。

（5）図２のように，直線 BC と直線 OD の交点を G とするとき，

線分 GB の長さを求めなさい。

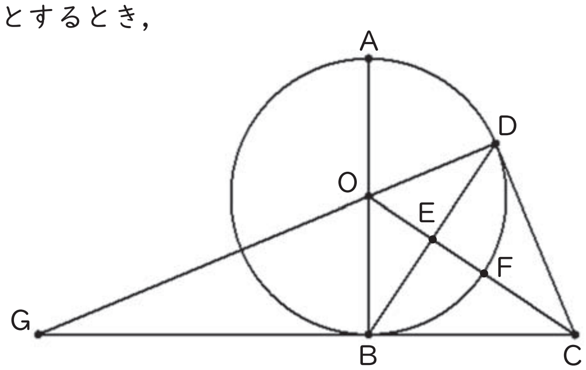


図２