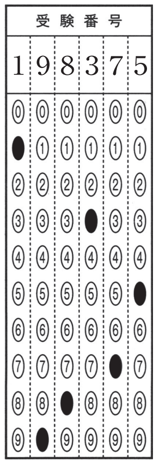
令和５年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1



記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

受験番号	198375

解答についての注意点

1　解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については、マーク式解答用紙に、
大問$\boxed{4}$については、記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

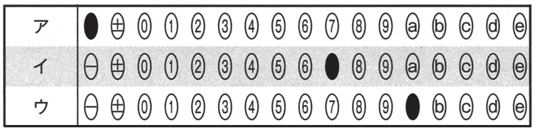
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の$\boxed{ア}$、$\boxed{イウ}$などには、特に指示のないかぎり、符号（－、±）、数字（0 ～ 9）、又は文字（a ～ e）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{アイウ}$に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に$\boxed{ア}$、$\boxed{イウ}$などが２度以上現れる場合、２度目以降は、$\boxed{ア}$、$\boxed{イウ}$のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、$\dfrac{3}{4}$、$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$、$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば、$\boxed{キ}.\boxed{クケ}$に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、$4\sqrt{2}$、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$、$6\sqrt{2a}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$、$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1：3 と答えるところを、2：6 のように答えてはいけません。

5　その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

（1） 2 次方程式 $x^2+px+q=0$ … ①、2 次方程式 $x^2+qx+p=0$ … ② とする。

①の 2 つの解に、それぞれ 1 を足したものが、②の解になるような

定数 p , q の値は、$p=$ $\boxed{アイ}$, $q=$ $\boxed{ウエ}$ であり、

①の 2 つの解を α , β とするとき、$\alpha^2+\beta^2$ の値は $\boxed{オ}$ 、

$\alpha^3+\beta^3$ の値は $\boxed{カキ}$ 、$\alpha^{10}+\beta^{10}$ の値は $\boxed{クケコサ}$ である。

（2） △ABC において、$\sin A : \sin B : \sin C = 7:5:4$ が成り立つとき、

$\cos A = \dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}$, $\sin A = \dfrac{\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$ である。

また、この三角形の内接円の面積が 24π であるとき、

AB の長さは $\boxed{ツテ}$ で、△ABC の面積は、$\boxed{トナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$ である。

このとき、内接円の中心から AB に下ろした垂線と AB との交点を P とすると、

AP $=$ $\boxed{ヌ}$ である。

2

(1) a を実数とする2次関数 $f(x)=x^2+2(a-1)x$ $(-1 \leqq x \leqq 1)$ について、

$x=-a+1$ で最小値をとるのは、$\boxed{\text{ア}} \leqq a \leqq \boxed{\text{イ}}$ のときである。

(2) 大、中、小の3つのさいころを投げて、出た目の数をそれぞれ a, b, c とする。

このとき、$a+b+c=9$ となる確率は、$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカキ}}}$ である。

ただし、さいころは1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(3) △ABC において、辺 AB を 5：4 の比に内分する点を D、辺 AC を 3：2 の比に内分する点を E とする。線分 BE、CD の交点を P とし、直線 AP と線分 BC の交点を F とするとき、

BF：FC＝$\boxed{\text{ク}}$：$\boxed{\text{ケ}}$ であり、△PBC：△ABC＝$\boxed{\text{コ}}$：$\boxed{\text{サシ}}$ である。

(4) 2^n が20桁の数となるような、正の整数 n の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個である。

ただし、$\log_{10}2=0.3010$ とする。

(5) $a_n=n\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の、初項から第 n 項までの和を S_n とすると、

$S_n=\boxed{\text{セ}}-\dfrac{\boxed{\text{ソ}}+n}{\boxed{\text{タ}}^n}$ である。

(6) △OAB において、$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。

$|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ のとき、$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

また、△OAB の垂心を H とするとき、$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}\vec{a}+\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}\vec{b}$ と表される。

(7) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき、$\dfrac{2\sin x+2}{\cos x+3}$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ である。

(8) 座標平面上の点 $(2, 5)$ を通る直線 l と曲線 $y=x^2-6x+11$ とで囲まれた部分の面積が最小になるのは、直線 l の傾きが $\boxed{\text{ヒフ}}$ のときである。

3

(1) 図 1 のように、放物線 l : $y = x^2$ と放物線 m : $y = -\frac{1}{2}x^2$ がある。

放物線 l 上に 2 点 A , B が、放物線 m 上に 2 点 C , D がある。

2 点 A , C の x 座標の値は等しく、ともに負であり、

2 点 B , D の x 座標の値はともに正である。

また、点 C の y 座標の値は -2 である。

△ABC の面積が 12 のとき、次の問いに答えよ。

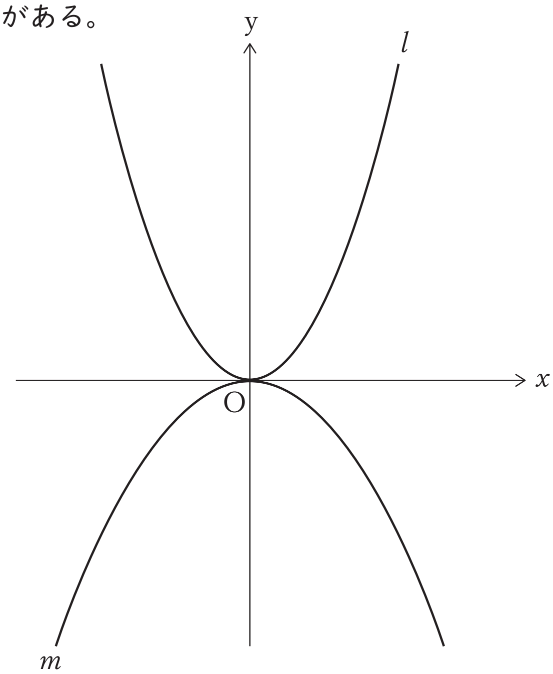


図 1

(ア) 点 A の座標は ($\boxed{アイ}$, $\boxed{ウ}$) である。

(イ) 直線 BC の式は $y = \frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}x + \boxed{カ}$ である。

(ウ) 直線 BC と放物線 m 上の点 C 以外の交点の座標は

$\left(\boxed{キク} , \frac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}} \right)$ である。

(エ) △ABD の面積が△ABC の面積の 2 倍であるとき、点 D の座標は ($\boxed{シ}$, $\boxed{スセ}$) である。

(2) 図 2 のように、直線 n が放物線 $y = x^2$ と 2 点 A , B で交わり、

x 軸と点 P で交わっている。

また、△OBP の面積は△OAP の面積の 4 倍である。

2 点 A , B の x 座標をそれぞれ a , b (ただし、$a < 0$, $b > 0$)

とするとき、次の問いに答えよ。

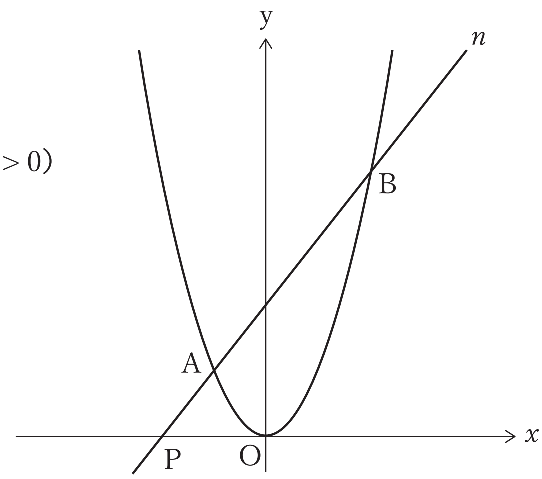


図 2

(ア) a を b で表すと、$a = \frac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チ}} b$ となる。

(イ) 点 P の座標を (-3 , 0) とするとき、

点 A の座標は $\left(\frac{\boxed{ツテ}}{\boxed{ト}} , \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}} \right)$、

点 B の座標は ($\boxed{ヌ}$, $\boxed{ネ}$) となる。

このとき、y 軸上に点 Q (0 , q) をとり、四角形 AOBQ をつくる。(ただし、$q > 0$)

この四角形の面積が△AOB の面積の 4 倍となるのは、$q = \boxed{ノハ}$ のときである。

4

図 3 のような AB＝AC＝6 cm , BC＝4 cm の△ABC を、辺 BC を軸として 60° だけ回転させたとき点 A が移動した点を D とし、図 4 のような三角錐 D－ABC をつくる。辺 AD の中点を M とし、D , M から△ABC に垂線をひき、その交点をそれぞれ H , I とする。また、∠BDC の二等分線と辺 BC の交点を N とし、辺 CD 上に点 B からの距離が最も短くなるような点 E をとり、線分 DN と線分 BE の交点を F とする。このとき次の問いに答えよ。

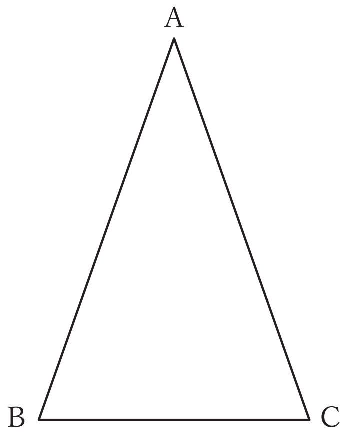


図 3

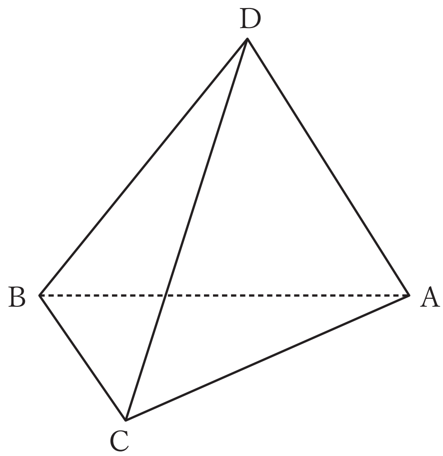


図 4

（1）辺 AD の長さを求めよ。

（2）2 点 H , I 間の距離を求めよ。

（3）△BFN ∽ △DBN であることを証明せよ。

（4）線分 DE の長さを求めよ。

（5）三角錐 D－ABE と三角錐 C－ABE の体積比を求めよ。ただし、最も簡単な整数比で表すこと。