

受験番号	
------	--

2020年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校 数学 解答用紙 (4枚のうち1)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

3

得点	
----	--

(1) ①

$AB=12$, $AC:CB=3:1$ より, $AC=9$, $BC=3$

これより A の y 座標は 9 , B の y 座標は -3 となる。

また, 四角形 $ODBC$ が正方形であることから $CB=OC=3$

よって, $A(3,9)$ となる。

A は放物線 m 上の点より $a=1$, すなわち $m:y=x^2$ と求まる。

また, E の x 座標が -2 であることから, $E(-2,4)$

よって直線 AE の方程式は $y=x+6$

$\triangle OAE$ を等積して考えると m と $y=x$ との交点, または m と $y=x+12$ との交点を求めればよい。

$x^2=x$ より $x=0,1$

$x^2=x+12$ より $x=-3,4$

P は O とは異なるので, 求める P の座標は $(-3,9), (1,1), (4,16)$

中学校 数学 解答用紙 (4枚のうち2)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

③ (続き)

②

①より、Bの座標は $B(3, -3)$

Bは放物線 n 上にあるので $b = -\frac{1}{3}$, すなわち $n: y = -\frac{1}{3}x^2$ と求まる。

そこで $f(x) = -\frac{1}{3}x^2$ とおくと $f'(x) = -\frac{2}{3}x$

直線 AE の傾きは 1 であるので、 $1 = -\frac{2}{3}x$ より $x = -\frac{3}{2}$

y 座標は $y = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4}$

よって求める座標は $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right)$

(2)

Cの座標を $(t, 0)$ とおく。

$$S_1 = t \cdot (-bt^2) = -bt^3$$

$$S_2 = \int_0^t (ax^2 - bx^2) dx = (a-b) \int_0^t x^2 dx = \frac{a-b}{3} t^3$$

$$S_1 = S_2 \text{ より } -bt^3 = \frac{(a-b)}{3} t^3$$

これが t についての恒等式となる条件は $-b = \frac{a-b}{3}$

すなわち $a = -2b$

受験番号

2020年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校 数学 解答用紙 (4枚のうち3)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4

得点

(1)

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ について

$\angle A$ は共通... ①

また $2\angle ACB = 3\angle ABC$ より

$\angle ABC = 2x$ とおくと $\angle ACB = 3x$

$\angle ADB = \angle DBC + \angle ACB$

$= x + 3x$ (\because BD は $\angle ABC$ の二等分線)

$= 4x$

$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \cdot 4x = 2x$ (\because ED は $\angle ADB$ の二等分線)

$\therefore \angle ABC = \angle ADE$... ②

①, ② より 2組の対応する角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

中学校 数学 解答用紙 (4枚のうち4)

(解答及び解答に至る過程はすべて、解答用紙に記入すること)

4 (続き)

(2)

$\triangle DEF$ と $\triangle DBE$ について

$$\angle EDF = \angle BDE \text{ (共通)} \cdots \textcircled{1}$$

また、四角形 EBCD について

$$(1) \text{ より } \angle EBC = \angle ADE$$

よって四角形 EBCD は円に内接するので

$$\angle DEF = \angle DBC$$

$$= \angle DBE \text{ (}\because BD \text{ は } \angle ABC \text{ の二等分線)} \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より 2 組の対応する角がそれぞれ等しいので

$$\triangle DEF \sim \triangle DBE$$

(3)

四角形 EBCD は円に内接し、 $\angle BEC = 90^\circ$ より $\angle BDC = 90^\circ$

よって、 $\angle BDA = 90^\circ$

$$\therefore 4x = 90^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{ここで } \angle A = 90^\circ - x = 3x \text{ (}\because \textcircled{1}\text{)}$$

また、(1) より $\angle ACB = 3x$

よって $\triangle ABC$ は $BA=BC=a$ の二等辺三角形である。

また $\textcircled{1}$ より $2x = 45^\circ$

$$\text{したがって } S = \frac{1}{2} BA \cdot BC \sin \angle ABC$$

$$= \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} a^2$$